物　理

1. 以下の文章中の［（ア）］〜［（ケ）］に適切な式を記入しなさい。解答に使える物理量は，R，M，m，g，v_0のみとする。ただし，［（ウ）］にはθ，［（エ）］にはsも使いなさい。［（コ）］には適切なグラフを描きなさい。ただし，グラフ中に値を書き加えなくてもよい。

図1，2のように，水平で滑らかな床の上に，半径Rの滑らかな半円筒面をもった質量Mの台が静かに置かれている。質量mの小球を半円筒面の底の位置Aに静かに置く。小球と台は紙面に平行な方向にのみ運動する。円筒の中心をO，任意の時刻における小球の位置をBとし，∠AOBをθとする。反時計回りをθの増加する向きとし，BがAの右側にあるとき$\theta > 0$，左側にあるとき$\theta < 0$とする。重力加速度の大きさをgとする。

1） まず，図1のように，台が床に固定されている場合を考える。Aに置かれた小球に水平右方向で速さv_0の初速度を与える。小球は$\theta = \theta_1$になるまで半円筒面を上り，その後，半円筒面を下った。このとき$\cos\theta_1 =$［（ア）］である。よって，小球が台から飛び出さないための条件は$v_0 \leqq$［（イ）］である。Bにおいて小球に働く力の円弧に沿う方向の成分Fは，反時計回りを正の向きとして，θを使って$F =$［（ウ）］と書ける。ここで，θ_1が十分小さい場合を考える。このとき$\sin\theta \fallingdotseq \theta$と近似できる。小球の円弧に沿ったAからの変位を，反時計回りを正の向きとしてsとする。このsを使うと，$F =$［（エ）］と書け，小球は角振動数$\omega =$［（オ）］の単振動を行うことがわかる。

2） 次に，図2のように，台が床の上を運動できる場合を考える。水平方向の速度は右方向を正とする。台が床に対して静止している状態で，Aに置かれた小球に水平右方向で速さv_0の初速度を与えると，小球は半円筒面を上り，$\theta = \theta_2$のとき小球は台に対して静止した。このとき，台と小球は床に対して速度$V_2 =$［（カ）］で運動しており，$\cos\theta_2 =$［（キ）］である。よって，小球が台から飛び出さないための条件は$v_0 \leqq$［（ク）］である。その後，小球は半円筒面を下り，Aを通過して半円筒面の反対側を上った。ここで，小球がAを通過したとき，小球は台に対して相対速度$v_3 =$［（ケ）］で運動していた。床に対する台の速度Vが時刻tとともに変化する様子を，小球がAを4回通過するまでグラフに描くと［（コ）］となる。ただし，Aに置かれた小球に初速度を与えた時刻を$t=0$とする。

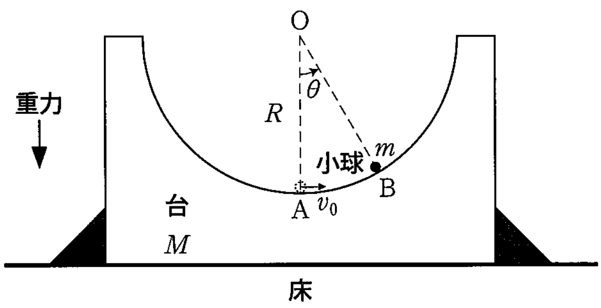

図1

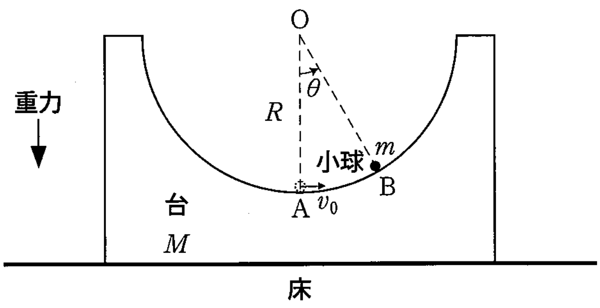

図2

2. 以下の文章中の $\boxed{\text{（ア）}}$ ～ $\boxed{\text{（キ）}}$ に適切な式を記入しなさい。解答に使える物理量は，a，R，v，B，t のみとする。ただし，$\boxed{\text{（イ）}}$ には Δt も使いなさい。$\boxed{\text{（ク）}}$ には適切なグラフを描きなさい。ただし，グラフ中に値を書き加えなくてもよい。

図1のような，3辺の長さが a，1辺の長さが $2a$ の台形の閉回路がある。各辺には抵抗値 R の細い抵抗が取り付けられている。導線の抵抗は無視できるものとする。この閉回路を，図2のように，紙面内で右方向に一定の速さ v で動かす。閉回路は変形も回転もしないものとする。図2の灰色の領域には，磁束密度の大きさ B の一様な磁場が，紙面に垂直で裏から表に向かう向きに加わっている。閉回路の先端が磁場中に入る時刻を $t=0$ とする。閉回路を流れる電流により作られる磁場の影響は無視できるものとする。

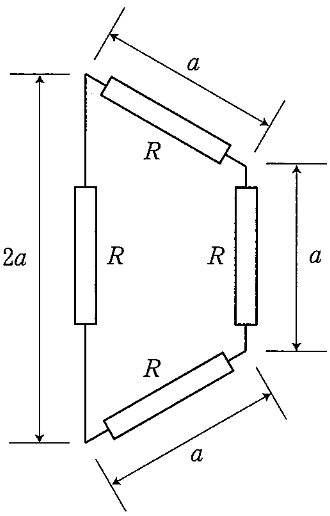

図1

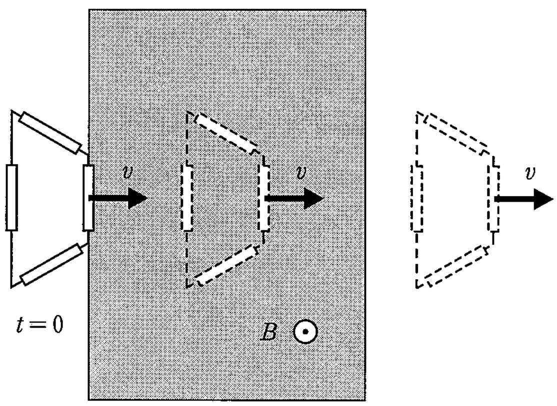

図2

1） 閉回路先端が磁場中に入る時刻から，閉回路全体が磁場中に入る時刻までを考える。時刻 t において，閉回路内の磁場中にある面積 $S(t)$ は，$S(t) = \boxed{\text{（ア）}}$ と表される。時刻 t から $t+\Delta t$ までの間に，閉回路内の磁場中にある面積は，$S(t+\Delta t) - S(t) = \boxed{\text{（イ）}}$ だけ増加する。よって，Δt を微小時間として（イ）の中の $(\Delta t)^2$ を含んだ項を無視すると，時刻 t において，この閉回路に発生する誘導起電力 $E(t)$ は，閉回路を反時計回りに回る向きを正の向きとして，$E(t) = \boxed{\text{（ウ）}}$ となる。

この誘導起電力により閉回路を流れる電流 $I(t)$ は，閉回路を反時計回りに回る向きを正の向きとして，$I(t) = \boxed{\text{（エ）}}$ となり，この電流により発生する単位時間あたりのジュール熱 $J(t)$ は，$J(t) = \boxed{\text{（オ）}}$ となる。

この電流と磁場により発生するローレンツ力に逆らって，閉回路を右方向に一定の速さ v で動かすために閉回路に加える左右方向の力 $F(t)$ は，右方向を正の向きとして，$F(t) = \boxed{\text{（カ）}}$ であり，その仕事率 $P(t)$ は，$P(t) = \boxed{\text{（キ）}}$ となる。

2） 閉回路先端が磁場中に入る時刻から，閉回路全体が磁場中から出る時刻までを考える。閉回路を右方向に一定の速さ v で動かすために閉回路に加える左右方向の力 $F(t)$（右方向を正の向きとする）が，時刻 t とともに変化する様子をグラフに描くと $\boxed{\text{（ク）}}$ となる。ただし，グラフ中で，t_1 は閉回路全体が磁場中に入る時刻，t_2 は閉回路先端が磁場中から出る時刻，t_3 は閉回路全体が磁場中から出る時刻を表している。

3. 以下の文章中の $\boxed{\text{（ア）}}$ ～ $\boxed{\text{（キ）}}$ に適切な式を記入しなさい。解答に使える物理量は，λ，θ，ℓ，f，λ_2のみとする。ただし，$\boxed{\text{（イ）}}$ にはk，$\boxed{\text{（ウ）}}$ にはmも使いなさい。

1） 図1のように，2枚の鏡M1とM2が，紙面に垂直で互いに平行になるように真空中に配置されている。紙面内で，鏡に垂直右向きをx軸の正の方向，鏡に平行上向きをy軸の正の方向とする。M1はすべての光を反射するが，M2は一部の光を反射し，残りを透過する。M1には，y方向に幅が広く，紙面に垂直方向に長くのびたスリットがある。このスリットを通して，進行方向が紙面に平行な波長λの光が，M2上の位置S_0に角度θで入射する。入射した光は，S_0において一部が反射され，残りは透過する。反射された光はM1上の位置R_0で反射され，次にM2上の位置S_1において一部が反射され，残りは透過する。以後，順に，M2上の位置S_2, S_3, ..., S_Nから光が透過する。これらの透過光は，回折して広がる。一方，スリットの幅が広く，M1とM2の間隔ℓが狭いため，スリットを通過し，M1とM2の間を進む光については，回折による広がりを無視することができる。なお，M1とM2で反射するとき，光の位相は反転する（位相が半波長分ずれる）。すべての透過光の明るさが等しくなるように，M2の光の透過率を調整してある。

S_0とS_1の距離をdとするとき，$d=$ $\boxed{\text{（ア）}}$ である。また，光がS_0からS_k $(1 \leqq k \leqq N)$まで進む経路の長さは $\boxed{\text{（イ）}}$ となる。よって，S_0, S_1, ..., S_Nからx軸に平行な方向に回折する光がすべて強め合う条件は，mを正の整数として，$\lambda=$ $\boxed{\text{（ウ）}}$ （条件（1））である。

条件（1）が成立しているとき，x軸に平行な方向以外にも，複数の方向に強め合う光が観測された。これらの強め合う光の方向とx軸のなす角度の大きさの最小値をϕ_1 (>0)とすると，$\sin\phi_1=$ $\boxed{\text{（エ）}}$ である。次に，光の波長をλから徐々に短くしていったところ，x軸に平行な方向に回折する光は，いったん弱め合うようになり，波長がλ_1のとき再び強め合うようになった。$\lambda_1=$ $\boxed{\text{（オ）}}$ である。

2） 図2のように，焦点距離fの凸レンズをM2からx軸方向にf離れた位置に置き，さらに，レンズからf離れた位置にスクリーンを置く。このとき，S_0, S_1, ..., S_Nから出た互いに平行な強め合う光は，スクリーン上に明るい点（明点）として像を結ぶ。条件（1）が成立するように，波長λの光を角度θでS_0に入射させたところ，スクリーン上に明点が並んだ。x軸に平行な方向に回折する光がつくる明点のy座標を$y=0$とする。この明点から最も近い明点までの距離は $\boxed{\text{（カ）}}$ であった。次に，光の波長をλから徐々に長くしていったところ，$y=0$にあった明点は，y軸の正の方向に移動した。波長がλよりわずかに長いλ_2になったとき，この明点のy座標は $\boxed{\text{（キ）}}$ であった。このように，この光学系は分光器として利用できる。

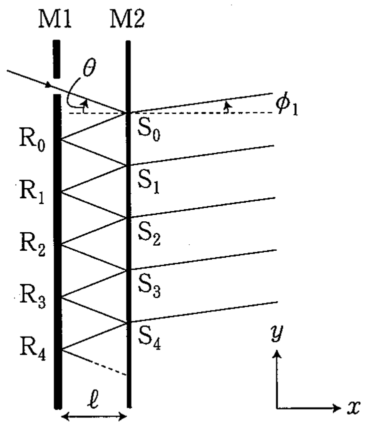

図1

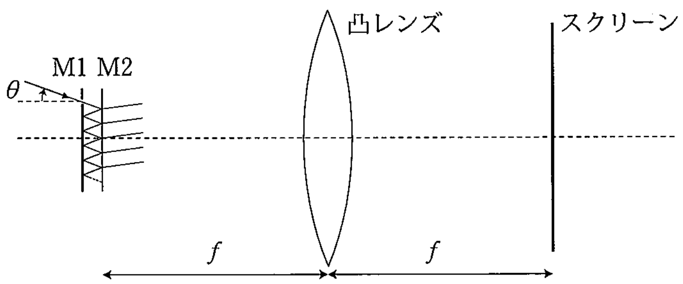

図2